

新作問題シリーズ 第10回 慣性力と摩擦力

□1 次の文章を読んで下の各問いに答えなさい。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

質量が m [kg] の物体を、質量 M [kg] の水平な板の上に置き、手で持ち上げる。このとき、板と物体の間には、静止摩擦係数が μ_0 、動摩擦係数が μ の摩擦力が働くものとする。

最初、板を空中で静止させた。このとき、物体が板から受ける垂直抗力は □① [N]、手で板を持ち上げる力は □② [N] である。

次に、板を真上に加速度 a [m/s²] で持ち上げる場合を考えよう。

このとき、物体が板から受ける垂直抗力を N [N]、板を手で持ち上げる力を F [N] とすると、物体の運動方程式は □③ \cdots (a)、板の運動方程式は □④ \cdots (b) である。よって、このとき手で板を持ち上げる力は □⑤ [N]、物体が板から受ける垂直抗力は □⑥ [N] になる。

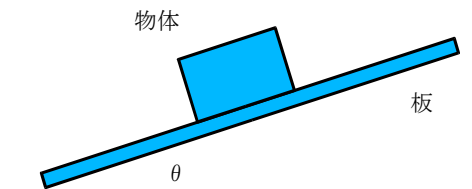
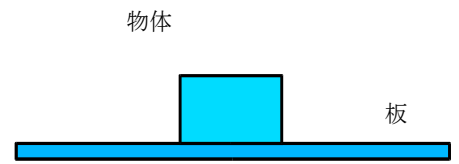
次に、右図のように板を水平面から θ [rad] 傾けたとしよう。板と物体の間に摩擦が働き、物体は板の上で滑らずに静止していた。このとき、板から物体に働いている板からの垂直抗力は □⑦ [N]、摩擦力は □⑧ [N] である。

つづいて、この板を水平右向きに加速度 a [m/s²] で動かす場合を考えよう。加速度が小さいうちは物体は滑らずに動いたが、加速度を徐々に大きくしてゆくと □⑨ [m/s²] に達したときに、物体は板の上をすべりだした。

同様に板を水平左向きに動かす場合は、加速度が □⑩ [m/s²] に達すると、物体は板の上をすべりだす。

(1) 上の文章の空欄に答えを書きなさい。解答欄に計算過程が書かれている場合は部分点を与えるときがある。

①	②
③	④
⑤	⑥
⑦	⑧
⑨	⑩



新作問題シリーズ 第10回 慣性力と摩擦力

1 最後の空欄⑨、⑩以外は基本問題です。慣性力を扱う⑨、⑩が解ければ実力ありと言えます。

質量が m [kg] の物体を、質量 M [kg] の水平な板の上に置き、手で持ち上げる。このとき、板と物体の間には、静止摩擦係数が μ_0 、動摩擦係数が μ の摩擦力が働くものとする。

水平な板の上に乗せ物体と板が静止している場合

板を空中で静止しているので、力がつりあっている。物体が板から受ける垂直抗力を N [N]、板を手で持ち上げる力を F [N] とすると、物体について $N - mg = 0$ 、板について $F - Mg - N = 0$ が成立する。よって、物体が板から受ける垂直抗力は $mg \cdots \textcircled{1}$ [N]、手で板を持ち上げる力は $(m+M)g \cdots \textcircled{2}$ [N] である。

水平な板の上に乗せ物体と板を鉛直上向きに a [m/s²] で上昇中の場合

次に、板を真上に加速度 a [m/s²] で持ち上げる場合、物体の運動方程式は $ma = N - mg \cdots \textcircled{3}$ 、板の運動方程式は $Ma = F - Mg - N \cdots \textcircled{4}$ であるので、 $N = m(g+a)$ 、 $F = (M+m)(g+a)$ である。よって、手で板を持ち上げる力は $(M+m)(g+a) \cdots \textcircled{5}$ [N]、物体が板から受ける垂直抗力は $m(g+a) \cdots \textcircled{6}$ [N] である。

角度 θ で傾けた板の上で静止する物体の場合

次に、右図のように板を水平面から θ [rad] 傾けたとき、板と物体の間に働く摩擦力 f [N]、垂直抗力 N [N] としよう。静止しているので、物体に働く力はつりあう。斜面に平行な力のつりあいから $f - mg \sin \theta = 0$ 、斜面に垂直な力のつりあいから $N - mg \cos \theta = 0$ が成立し、物体に働く板からの垂直抗力は $mg \cos \theta \cdots \textcircled{7}$ [N]、静止摩擦力は $mg \sin \theta \cdots \textcircled{8}$ [N] である。(最大摩擦力 $\mu_0 mg \cos \theta$ は静止摩擦力の上限のこと)

角度 θ で傾けた板の上で静止する物体を動かす場合

この板を水平右向きに加速度 a [m/s²] で動かす場合、慣性力が左向きに ma が加わるだけだ。よって、その力が加わるので、**滑り出す向きは斜面向下向きになる**。それぞれの力を分解して考えればよい。斜面に平行な成分は斜面向下向きを正として $-f + mg \sin \theta + ma \cos \theta$ 、垂直な成分 $N' - mg \cos \theta + ma \sin \theta$ になる。板上で静止するので力はつりあう(合力ゼロ)から $N' = mg \cos \theta - ma \sin \theta$ 、

$f = mg \sin \theta + ma \cos \theta$ である。物体が板の上を滑らない条件は **静止摩擦力が最大摩擦力を超えない** ($f < \mu_0 N$) である。これより、 $mg \sin \theta + ma \cos \theta < \mu_0 (mg \cos \theta - ma \sin \theta)$ が成立する。整理して

$$a < \frac{(\mu_0 \cos \theta - \sin \theta)g}{\cos \theta + \mu_0 \sin \theta} \quad \text{だから、加速度が} \quad \frac{(\mu_0 \cos \theta - \sin \theta)g}{\cos \theta + \mu_0 \sin \theta} \cdots \textcircled{9} \text{に達したときに物体は板の上を下向きに滑り出すことになる。}$$

板を水平左向きに変えた場合、慣性力 ma が右向きだから **斜面上向きに滑るようになる**。つりあいうので平行成分(斜面上向き正)が $-f - mg \sin \theta + ma \cos \theta = 0$ 、垂直成分が $N'' - mg \cos \theta - ma \sin \theta = 0$ であり、滑らない条件は $f < \mu_0 N''$ である。物体が板の上を滑らないための条件は**静止摩擦力が最大摩擦力を**

超えないので、 $-mg \sin \theta + ma \cos \theta < \mu_0 (mg \cos \theta + ma \sin \theta)$ であるから $a < \frac{(\mu_0 \cos \theta + \sin \theta)g}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta}$

である。よって、加速度が $\frac{(\mu_0 \cos \theta + \sin \theta)g}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta} \cdots \textcircled{10}$ に達したときに、板の上方へ滑り出す。