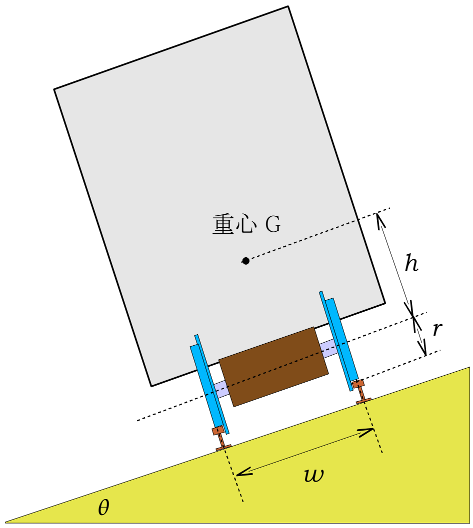
新作問題シリーズ　第11回　　道路・線路のバンク角を考える

$\boxed{1}$ 次の文章を読んで下の各問いに答えなさい。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

鉄道線路や道路ではカーブを切るところでは内側コーナーが低く、外側コーナーが高くしてある。これは「バンク」と呼ばれる路面のことである。列車や自動車がカーブを曲がるとき、安定してカーブを曲がれるのもこのバンクがあるおかげである。



水平面から測ったバンクの傾斜角が θ 、カーブの半径（曲率半径という）が R であるとしよう（ただし、 R は一般に数百メートルと図中のそれぞれの長さより十分に大きい）。

カーブを通過するとき、両輪に均等に加重がかかり、最も安定した走行ができるときの列車の速度をバンクの「最適速度」、また、片輪に全加重がかかり、列車が転覆する直前の速度をバンクの「限界速度」と言おう。

質量 m の列車が、曲率半径 R のカーブを速度 v で通過する。また、乗客が多いほど重心が上がるが、車軸からの重心の高さを w とする。

問１ このとき、列車が受ける遠心力はいくらか。

問２ 通過速度 v が「最適速度」であるための条件を求めなさい。

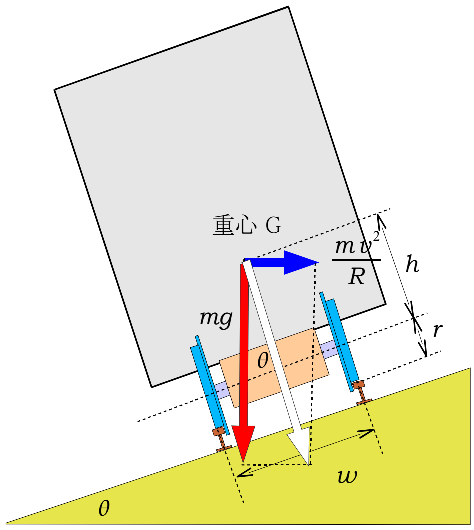
問３ 「限界速度」を v_m とすると、 v_m はどのような条件式を満たさなければならないか。

問４ 実際の列車走行では、カーブでは、乗客が遠心力を受け動かされる。限界速度への影響を考察しなさい。

新作問題シリーズ　第11回　　道路・線路のバンク角を考える　　　解答・解説

$\boxed{1}$ 次の文章を読んで下の各問いに答えなさい。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

鉄道線路や道路ではカーブを切るところでは内側コーナーが低く、外側コーナーが高くしてある。これは「バンク」と呼ばれる路面のことである。列車や自動車がカーブを曲がるとき、安定してカーブを曲がれるのもこのバンクがあるおかげである。



水平面から測ったバンクの傾斜角を θ 、カーブの半径（曲率半径という）を R としよう（ただし、 R は図中のそれぞれの長さより十分に大きいとする）。

カーブを通過するとき、両輪に均等に加重がかかるときの列車の速度をバンクの「最適速度」、また、片輪に全加重がかかる速度をバンクの「限界速度」と言おう。

質量 m の列車が、曲率半径 R のカーブを速度 v で通過する。

問１ このとき、列車が受ける遠心力はいくらか。

$f=\dfrac{mv^2}{r}$ より、列車が受ける遠心力は $\dfrac{mv^2}{R}$ である。

問２ 通過速度 v が「最適速度」であるための条件を求めなさい。

両輪に均等に加重がかかるためには、重力と遠心力の合力が車輪の中間にかかればよい（上図）。

よって、 $mg\tan\theta=\dfrac{mv^2}{R}$ が成立すればよい。

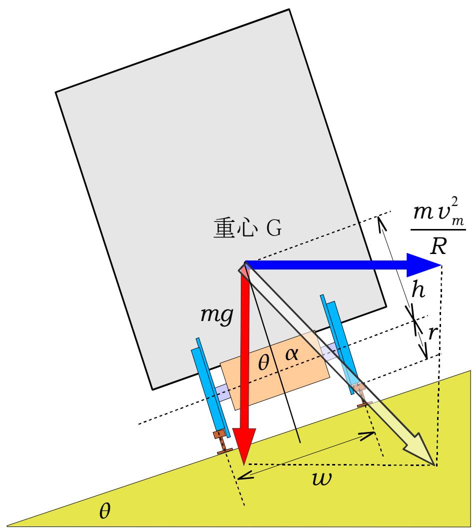
よって、曲率半径 R 、傾斜角 θ のバンクの「最適速度」は $v=\sqrt{gR\tan\theta}$

問３「限界速度」を v_m とすると、 v_m はどのような条件式を満たさなければならないか。

重力（赤）と遠心力（青）の合力が車輪とレールの接点を通るときが「限界速度になるから

$mg\tan(\theta+\alpha)=\dfrac{mv_m^2}{R}$ ・・・①、 $(h+r)\tan\alpha=\dfrac{w}{2}$ ・・・②

が成立する。加法定理 $\tan(\theta+\alpha)=\dfrac{\tan\theta+\tan\alpha}{1-\tan\theta\tan\alpha}$ に、①、②を代入して整理して、 v_m は次の関係式が得られる。



$$\frac{v_m^2}{gR}=\frac{\tan\theta+\dfrac{w}{2(h+r)}}{1-\dfrac{w}{2(h+r)}\tan\theta}=\frac{2(h+r)\tan\theta+w}{2(h+r)-w\tan\theta}$$ だから、限界

速度は $v_m=\sqrt{\dfrac{gR\{2(h+r)\tan\theta+w\}}{2(h+r)-w\tan\theta}}$ と表すことが出来る。

問４ 略（簡単ですから自分で考えてね！）