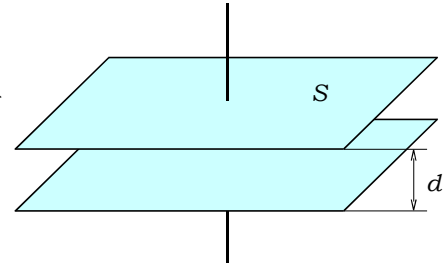


## 新作問題シリーズ 第13回 チューブ型のコンデンサーの電気容量

II 次の文章を読んで下の問いに答えなさい。ただし  $k_0$  はクーロンの法則の比例定数)である。

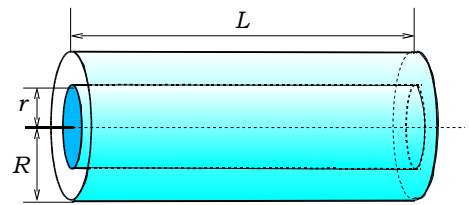
1.  $Q$  [C] の電荷から出る (入る) 電気力線の本数を  $4\pi k_0 Q$  本である
2. 単位面積あたりの電気力線の本数が電界に等しい
3. コンデンサーの電気容量は、コンデンサーに蓄えられた電気量を電圧で割った商である

以上の関係を使ってコンデンサーの電気容量を求めてみよう。最初は、面積を  $S$  [m<sup>2</sup>] の板状の電極を極板間の距離を  $d$  [m] で2枚を平行に配置した平行板コンデンサーを考える。両極板にそれぞれ  $\pm Q$  [C] の電荷を与える。正負の極板から出入りする電気力線の本数は  $4\pi k_0 Q$  であり、電気力線は電極間にしか存在しないから、電気力線の密度は



① になる。よって、極板間に生じる電界は ② [V/m] である。よって、極板間の電圧 (電位差) は ③ になるので、このコンデンサーの電気容量は ④ と表すことができる。

同様の手順で、チューブ型のコンデンサーの電気容量を計算して見よう。チューブの内側の電極の半径を  $r$  [m]、その外側を中心軸を一致させて (同心に) 取り巻くチューブ電極の内径を  $R$  [m]、全体の長さを  $L$  [m] とする「チューブ型コンデンサー」を作る。このコンデンサーの内外電極に



$\pm Q$  [C] の電荷を与える。正負の極板から出入りする電気力線の本数は  $4\pi k_0 Q$  [本] だから、中心から  $x$  [m] ( $r < x < R$ ) の位置における電気力線の密度は ⑤ になり、その位置に生じる電界は ⑥ になる。両極板間の電圧 (電位差) は、電界を内側電極から外側電極まで積分すれば求められるので  $V = \int_r^R E dx$  である。積分を実行して、このコンデンサーの電極間の電圧 (電位差) を求めると ⑦ になる。よって、チューブ型コンデンサーの電気容量は ⑧ と表すことができる。

チューブ型コンデンサーの電気容量を増すには、内側電極と外側電極の半径差を小さくすれば良い。チューブ型コンデンサーの内側電極の半径を  $r$  [m]、外側電極の半径を  $R = r + \Delta r$  ( $\Delta r$  は微小量) とする。微小区間では直線と見なせるので、 $\log(r + \Delta r) \approx \log r + \frac{\Delta r}{r}$  と近似

できる。これを使うと、チューブ型コンデンサーの電気容量は ⑨ と表すことができる。

問 上の文章の空欄①から⑨に数式と単位を入れなさい。

### 新作問題シリーズ 第13回 チューブ型のコンデンサーの電気容量 解答・解説

平行板電極の面積を  $S$  [m<sup>2</sup>]、極板間の距離を  $d$  [m] とする。極板に  $\pm Q$  [C] 蓄えられているとする。正負の極板から出入りする電気力線の本数は  $4\pi k_0 Q$  である。電気力線は電極間にしか存在しないので、電気力線の密度は  $\frac{4\pi k_0 Q}{S}$  [本/m<sup>2</sup>]…① である。よって、極板間の電

界は  $E = \frac{4\pi k_0 Q}{S}$  [V/m] …② である。よって、公式  $V = Ed$  を使って極板間の電圧(電位差)

を求めると  $V = Ed = \frac{4\pi k_0 Q d}{S}$  [V] …③ となる。  $C = \frac{Q}{V}$  より、平行板コンデンサーの電気容

量は  $C = \frac{S}{4\pi k_0 d}$  [F]…④ と表すことができる。また、  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$  (真空の誘電率という) を使っ

て表すと、  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$  と表すことができる(こちらの方が公式集などにある形)。

チューブの内側の電極の半径を  $r$  [m]、その外側を中心軸をあわせて取り巻くチューブ電極の内径を  $R$  [m] でできた、全体の長さが  $L$  [m] のチューブ型コンデンサーを作る。内外電極に  $\pm Q$  [C] の電荷を与える。正負の極板から出入りする電気力線の本数は  $4\pi k_0 Q$  である。

中心から  $x$  [m] ( $r < x < R$ ) の位置での電気力線の密度は  $\frac{4\pi k_0 Q}{2\pi x L} = \frac{2k_0 Q}{xL}$  …⑤ だか

ら、電界は  $E = \frac{2k_0 Q}{xL}$  …⑥ になる。両極板間の電圧(電位差)は、電界を内側電極から外側

電極まで半径方向に積分すればよいから  $V = \int_r^R \left( \frac{2k_0 Q}{xL} \right) dx$  である。

積分の実行して電位差を求めると  $V = \left( \frac{2k_0 Q}{L} \right) (\log R - \log r)$  [V]…⑦ になる。

コンデンサーの電気容量は  $C = \frac{Q}{V}$  より、電気容量は  $\frac{L}{2k_0 (\log R - \log r)}$  [F] …⑧ である。

ここで、チューブ型コンデンサーの芯の半径  $r$  とチューブの半径  $R$  の差  $R - r$  がわずかである場合、  $R = r + \Delta r$  ( $\Delta r$  は微小量) とすると、  $\log R \approx \log r + \frac{\Delta r}{r}$  とみなせるので、そ

の場合のチューブ型コンデンサーの電気容量は  $\frac{Lr}{2k_0 \Delta r}$  [F] …⑨ と表すことができる。