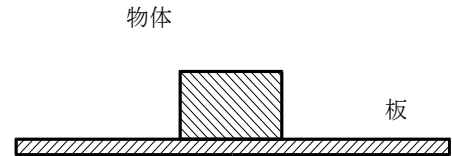


新作問題研究 第18回 摩擦力

次の文章を読んで空欄に適切な数式、関係式を入れなさい。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

質量が m [kg] の物体を、質量 M [kg] の水平な板の上に置き、手で持ち上げる。このとき、板と物体の間には、静止摩擦係数が μ_0 、動摩擦係数が μ の摩擦力が働くものとする。

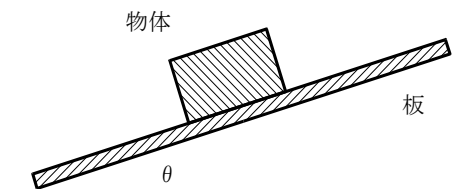
最初、板を空中で静止させた。このとき、物体が板から受ける垂直抗力は [N]、手で板を持ち上げる力は [N] である。



次に、板を真上に加速度 a [m/s²] で持ち上げる場合を考えよう。

このとき、物体が板から受ける垂直抗力を N [N]、板を手で持ち上げる力を F [N] とすると、物体の運動方程式は …(a)、板の運動方程式は …(b) である。よって、このとき手で板を持ち上げる力は [N]、物体が板から受ける垂直抗力は [N] になる。

次に、右図のように板を水平面から θ [rad] 傾けたとしよう。板と物体の間に摩擦が働き、物体は板の上で滑らずに静止していた。このとき、板から物体に働いている板からの垂直抗力は [N]、摩擦力は [N] である。



つづいて、この板を水平右向きに加速度 a [m/s²] で動かす場合を考えよう。加速度が小さいうちは物体は滑らずに動いたが、加速度を徐々に大きくしてゆくと [m/s²] に達したときに、物体は板の上をすべりだした。

同様に板を水平左向きに動かす場合は、加速度が [m/s²] に達すると、物体は板の上をすべりだす。

①	②
③	④
⑤	⑥
⑦	⑧
⑨	⑩

新作問題研究 第18回 摩擦力 解答・解説

質量が m [kg] の物体を、質量 M [kg] の水平な板の上に置き、手で持ち上げる。このとき、板と物体の間には、静止摩擦係数が μ_0 、動摩擦係数が μ の摩擦力が働くものとする。

板を空中で静止しているので、力がつりあっている。物体が板から受ける垂直抗力を N [N]、板を手で持ち上げる力を F [N] とすると、物体について $N - mg = 0$ 、板について

$F - Mg - N = 0$ が成立する。よって、物体が板から受ける垂直抗力は $mg \cdots \textcircled{1}$ [N]、手で板を持ち上げる力は $(m+M)g \cdots \textcircled{2}$ [N] である。

板を上に加速度 a [m/s²] で持ち上げる場合、物体の運動方程式は $ma = N - mg \cdots \textcircled{3}$ 、板の運動方程式は $Ma = F - Mg - N \cdots \textcircled{4}$ だから $N = m(g+a)$ 、 $F = (M+m)(g+a)$ である。よって、手で板を持ち上げる力は $(M+m)(g+a) \cdots \textcircled{5}$ [N]、物体が板から受ける垂直抗力は $m(g+a) \cdots \textcircled{6}$ [N] である。

次に、右図のように板を水平面から θ [rad] 傾けたとき、板と物体の間に働く摩擦力 f [N]、垂直抗力 N [N] としよう。静止しているので、物体に働く力はつりあう。斜面に平行な力のつりあいから $f - mg \sin \theta = 0$ 、斜面に垂直な力のつりあいから $N - mg \cos \theta = 0$ が成立し、物体に働く板からの垂直抗力は $mg \cos \theta \cdots \textcircled{7}$ [N]、静止摩擦力は $mg \sin \theta \cdots \textcircled{8}$ [N] である。(最大摩擦力 $\mu_0 mg \cos \theta$ は静止摩擦力の上限のこと)

この板を水平右向きに加速度 a [m/s²] で動かす場合、慣性力が左向きに ma が加わるだけだ。よって、その力が加わるので、**滑り出す向きは斜面下向きになる**。それぞれの力を分解して考えればよい。斜面に平行な成分は斜面下向きを正として $-f + mg \sin \theta + ma \cos \theta$ 、垂直な成分 $N' - mg \cos \theta + ma \sin \theta$ になる。板上で静止するので力はつりあう(合力ゼロ)から

$N' = mg \cos \theta - ma \sin \theta$ 、 $f = mg \sin \theta + ma \cos \theta$ である。物体が板の上を滑らない条件は **静止摩擦力が最大摩擦力を超えない** ($f < \mu_0 N$) である。これより、

$$mg \sin \theta + ma \cos \theta < \mu_0 (mg \cos \theta - ma \sin \theta) \text{ が成立する。整理して } a < \frac{(\mu_0 \cos \theta - \sin \theta)g}{\cos \theta + \mu_0 \sin \theta}$$

だから、加速度が $\frac{(\mu_0 \cos \theta - \sin \theta)g}{\cos \theta + \mu_0 \sin \theta} \cdots \textcircled{9}$ に達したときに物体は板の上を下向きに滑り出すことになる。

板を水平左向きに動かすとき、慣性力 ma が右向きだから **斜面上向きに滑るようになる**。つりあいうので平行成分(斜面上向き正)が $-f - mg \sin \theta + ma \cos \theta = 0$ 、垂直成分が

$N'' - mg \cos \theta - ma \sin \theta = 0$ であり、滑らない条件は $f < \mu_0 N''$ である。物体が板の上を滑らないための条件は **静止摩擦力が最大摩擦力を超えない** ので、

$$-mg \sin \theta + ma \cos \theta < \mu_0 (mg \cos \theta + ma \sin \theta) \text{ であるから } a < \frac{(\mu_0 \cos \theta + \sin \theta)g}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta} \text{ である。}$$

よって、加速度が $\frac{(\mu_0 \cos \theta + \sin \theta)g}{\cos \theta - \mu_0 \sin \theta} \cdots \textcircled{10}$ に達したときに、板の上方へ滑り出す。