

新作問題シリーズ 第24回 力学(運動量とエネルギー)

次の文章を読んで下の問いに答えなさい。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

一辺が L [m] 正方形が断面になる角材が2本ある。この角材の角を中心として半径が $\frac{L}{2}$ [m] の円筒形部分を削り取った。この角材(質量 M [kg])を右図のように滑らかな水平面に2つを接して置いた。左の角材の端にはストッパー(黒三角形のもの)が取り付けられ左方向には動かないように止めてある。

左の角材の上部から小球(質量 m [kg])を静かに離れた。力学的エネルギー保存の法則を使って求めると、2つの角材の接点を通過するときの小球の速度は [m/s] である。

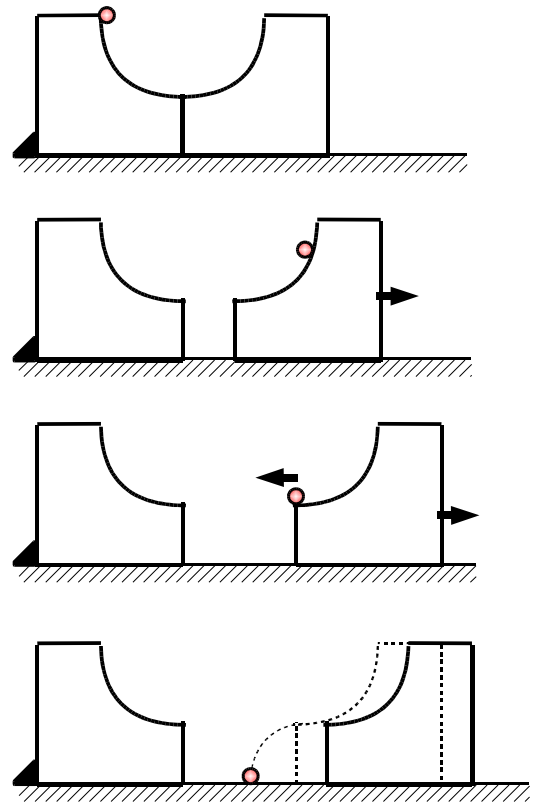
接点を通過後は、右の角材が動き出し、小球が最高点に達する。このとき、小球と右の角材の速度は同じになる。小球と右の角材の速度を v [m/s]、床からの小球

の高さを h [m] とすると、力学的エネルギー保存の法則より の関係式が成立する。また、水平方向の外力が働かないので の関係式が成立する。これら2式を解くことで、小球の速度は [m/s] である。また、最高点での小球の高さは、床から [m] である。

小球が最高点に達した後、小球は下り始め、右の角材から飛び出す。このとき、小球の速度は [m/s]、右の角材の速度は [m/s] となる。小球は水平投射運動になるから、小球が飛び出してから床に落下するまでの時間は [s] である。

(1) 上の文章の空欄に適切な数式を入れなさい。

(2) 小球が右の角材から飛び出し床に落下したとき、右の角材とはどれだけ離れているか、その距離はを求めなさい。



新作問題シリーズ 第24回 力学(運動量とエネルギー) 解答解説

運動量とエネルギーを巧みに操る問題です。誘導があるので解き易くはしていますが...

(1) エネルギー保存則: $mgL = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg \cdot \frac{L}{2}$ より $v_0 = \sqrt{gL}$

だから、2つの角材の接点を通る小球の速度は \sqrt{gL} ...

① である。接点を通後は、小球は右の角材に乗り、小球、角材ともに動き出す。小球が最高点(角材と小球が同じ速度になる)に達したときの高さを h [m]、小球、角材の速度を v_1

[m/s] としよう。エネルギー保存則:

$$mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2 + mgh \quad \dots \textcircled{2}$$

運動量保存の法則:

$$m\sqrt{gL} = mv_1 + Mv_1 \quad \dots \textcircled{3}$$

が成立する。③より、小球の速度は $v_1 = \frac{m\sqrt{gL}}{m+M}$...④ である。④を②に代入して、最高点での

小球の高さは $h = \frac{(m+2M)L}{2(m+M)}$...⑤ である。

小球が最高点から下り始め、右の角材から飛び出す。このとき、球の速度を v_2 [m/s]、角材の速度を V_2 [m/s] としよう。エネルギー保存則より

$$mgL = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 + mg \cdot \frac{L}{2} \quad \text{、運動量保存則より } m\sqrt{gh} = mv_2 + MV_2 \quad \text{だから、}$$

小球の速度は $\frac{(m-M)\sqrt{gL}}{m+M}$...⑥ [m/s]、右の角材の速度は $\frac{2m\sqrt{gL}}{m+M}$...⑦ [m/s]

となる。

小球は水平投射運動(鉛直方向は等加速度運動)になるから、 $\frac{L}{2} = \frac{1}{2}gt^2$ より、床に落下

するまでの時間は $t = \sqrt{\frac{L}{g}}$...⑧ である。

(2) 小球と右の角材の相対速度は $\frac{2m\sqrt{gL}}{m+M} - \frac{(m-M)\sqrt{gL}}{m+M} = \sqrt{gL}$ だから、飛び出し床に落

下したとき、右の角材と小球の距離は $\sqrt{gL} \times \frac{L}{g} = L$ [m] である。

※ この過程での小球と角材の動きだが、「物理のセンス」が豊富な人は気づいているだろうことがあります。小球が角材の坂を登ったり降りたりするのだが「小球と角材の弾性衝突と同じことになっている」ことに気づいてだろうか？

