

新作問題シリーズ 第27回 気圧式エレベータ

4 次の文章を読んで下の各問いに答えなさい。

気体を加熱すると体積が膨張する性質を利用する気圧式のエレベータを考えてみる。下図のような構造のエレベータで、壁、床などは断熱材を利用して外部との熱の出入りはないものとする。また、地下の空気室は、加熱装置で加熱したり、冷却装置で冷却することができる。加熱装置、冷却装置、床のストッパーの体積は無視することができる。

空気室の高さは h [m] であり、2階の床はさらに高さは h [m] 上にある。エレベータの床（気密室のピストンともいえる）は、面積が S [m²]、質量が m [kg] であり、空気室の気密を保ち、水平に保たれたまま上下に滑らかに1階から2階の間を動ける。また、重力加速度 g [m/s²]、気体定数 R [J/mol・K]、空気室にある気体の定積モル比熱 C_v [J/mol・K]、定圧モル比熱 C_p [J/mol・K] とする。

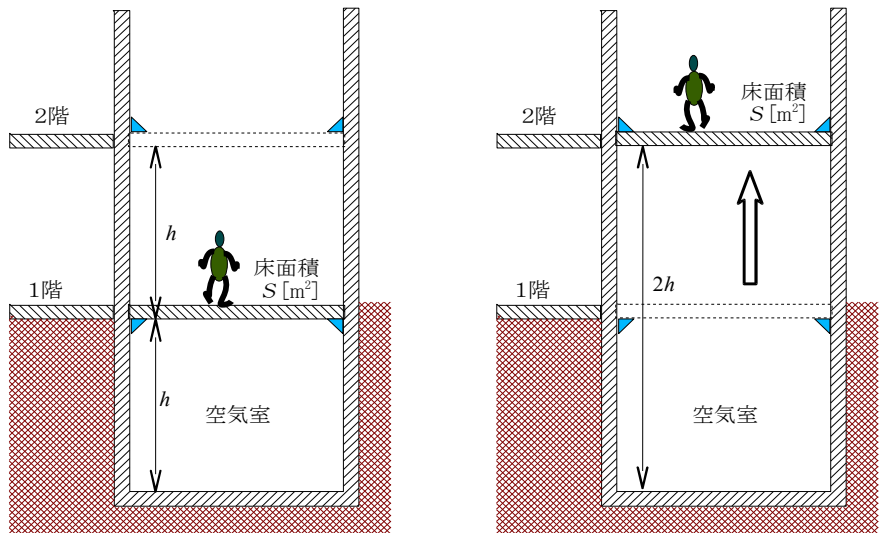
最初、1階にエレベータが停止していた。このとき、外気の圧力 P_0 [Pa]、温度 T_0 [K] と空気室は同じであった。このとき、空気室に閉じ込められている空気の総量は [mol] である。

エレベータに体重 M [kg] の人が乗ってきた。空気室に設置されている加熱装置で熱を与えたところ、床が浮き始める。このとき、空気室の気圧は [Pa]、温度は $T_1 =$ [K]（以降 T_1 を使ってよい）である。また、このときまでにヒータにより加えた熱は [J] である。

さらに、空気室を加熱し続けたところ、床は上昇をつづけ、2階に到達した。このとき、空気室の温度は $T_2 =$ [K]（以降 T_2 を使ってよい）である。床が浮き始めてから2階に到達するまでに加えた熱量は [J] である。

エレベータに乗っていた人が2階で降りた。冷却装置で空気室の温度を下げる。エレベータの床がストッパーを離れて下り始めるときの空気室の圧力は [Pa] である。

- (1) 上の文章の空欄に適切な数式を入れなさい。
- (2) さらに冷却を続けると床は下がり1階に戻る。そのときの空気室の温度を求めなさい。



▲ ▲ ▲ ▲ は床ストッパー

- (1) 空気室の高さは h [m] であり、2階の床はさらに高さは h [m] 上にある。エレベータの床（気密室のピストンともいえる）は、面積が S [m²]、質量が m [kg] であり、空気室の気密を保ち、水平に保たれたまま上下に滑らかに1階から2階の間を動ける。また、重力加速度は g [m/s²] であり、空気室にある気体の定積モル比熱を C_V [J/mol・K]、定圧モル比熱を C_P [J/mol・K] とする。問題に気体定数 R が抜けていたが、モル比熱の公式

$C_P = C_V + R$ から $R = C_P - C_V$ として求めることができる。なお、気体定数を R とした解も正解とした。

最初、1階にエレベータが停止していた。このとき、外気の圧力 P_0 [Pa]、温度 T_0 [K] と空気室は同じであった。状態方程式より、 $P_0 S h = n R T_0$ より、このとき、空気室に閉じ込められている空気の総量は $n = \frac{P_0 S h}{R T_0}$ または $n = \frac{P_0 S h}{(C_P - C_V) T_0}$ …① [mol] である。以降、 $V_0 = S h$ とする。

エレベータに体重 M [kg] の人が乗ったエレベータの床が始めて浮くとき、床の力のつりあいより、 $P_0 S + (m + M) g = P S$ が成立する。よって、空気室の気圧は

$$P = P_0 + \frac{(m + M) g}{S} \quad \dots \textcircled{2} \text{ [Pa]} \text{ である。ボイルシャルルの法則 } \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P V_0}{T} \text{ より、温度}$$

は $T_1 = T_0 + \frac{(m + M) g T_0}{P_0 S} \quad \dots \textcircled{3} \text{ [K]}$ である。定積変化だから、加えた熱は

$$Q = n C_V (T_1 - T_0) \text{ より } Q = \frac{P_0 S h C_V (T_1 - T_0)}{R T_0} \text{ または } Q = \frac{C_V (m + M) g h}{R} \text{ または}$$

$$Q = \frac{C_V (m + M) g h}{C_P - C_V} \quad \dots \textcircled{4} \text{ [J]} \text{ である。}$$

2階に到達したとき、ボイルシャルルの法則 $\frac{P V_0}{T} = \frac{P \cdot 2 V_0}{T_2}$ より、 $T_2 = 2 T_1$ だから、空

気室の温度は $T_2 = 2 T_0 + \frac{2(m + M) g T_0}{P_0 S} \quad \dots \textcircled{5} \text{ [K]}$ である。床が浮き上がったときから2

階に到達するまでの温度変化は $\Delta T = T_2 - T_1$ だ。定圧変化だから、加えた熱量は

$$Q = n C_P \Delta T \text{ であるので、 } Q = \frac{C_P P_0 S h (T_2 - T_1)}{R T_0} \text{ または } Q = \frac{C_P P_0 S h (T_2 - T_1)}{(C_P - C_V) T_0}$$

…⑥ [J] である。

エレベータに乗っていた人が2階で降りた。冷却装置で空気室の温度を下げる。エレベータの床がストッパーを離れて下り始めるとき、床の力のつりあいより、 $P_0 S + m g = P' S$ が成

立するので、空気室の圧力は $P_0 + \frac{m g}{S} \quad \dots \textcircled{7} \text{ [Pa]}$ である。

- (2) ボイルシャルルの法則より、 $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P' \cdot V_0}{T_3}$ だから、 $P' = P_0 + \frac{m g}{S}$ を代入して整理す

ると、そのときの温度は $T_3 = T_0 + \frac{m g T_0}{P_0 S} \text{ [K]}$ である。